Maths 11 N

Test 5

Jeudi 29 Janvier 2026

Equations de Plan

Réponses

---

1) $\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -3 + 3\lambda_1 \ + 2\lambda_2 & (1) \\ y = 1 - \lambda_1 \ + 4\lambda_2 & (2) \\ z = 2 + 4\lambda_1 \ - 5\lambda_2 & (3) \end{cases}$

2) Comme on l'a vu en classe :

On élimine λ_1 de (1) et (2) : $\begin{array}{r} (1) \\ 3\times(2) \end{array} \begin{cases} x = -3 + 3\lambda_1 \ + 2\lambda_2 \\ 3y = 3 - 3\lambda_1 \ + 12\lambda_2 \end{cases}$

somme : $x + 3y = 14\lambda_2$

On élimine λ_1 de (2) et (3) : $\begin{array}{r} 4\times(2) \\ (3) \end{array} \begin{cases} 4y = 4 - 4\lambda_1 \ + 16\lambda_2 \\ z = 2 + 4\lambda_1 \ - 5\lambda_2 \end{cases}$

somme : $4y + z = 6 + 11\lambda_2$

on a donc le nouveau système : $\begin{cases} x + 3y = 14\lambda_2 & (I) \\ 4y + z = 6 + 11\lambda_2 & (II) \end{cases}$

En faisant ici la soustraction de $11\times(I) - 14\times(II)$ (ce qui élimine λ_2),

on obtient: $11x + 33y - 56y - 14z = -84$

L'équation *cartésienne* du plan $\mathcal{P}$ est donc : $\boxed{11x - 23y - 14z + 84 = 0}$

3) $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -23 \\ -14 \end{pmatrix}$

4) $\vec{s} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ = n'est <u>pas</u> un *multiple* de $\vec{n}$ donc $\boxed{\text{non}}$: $\vec{s}$ n'est <u>pas</u> *normal* à $\mathcal{P}$.

5) Aucun des points A,B C n'appartient à $\mathcal{P}$.

6) Les distances sont

$d_{(\mathcal{P},A)} = \frac{|-11-115-0+84|}{3\sqrt{846}} = \boxed{\frac{42}{3\sqrt{94}}}$, $d_{(\mathcal{P},B)} = \boxed{\frac{8}{3\sqrt{94}}}$ $d_{(\mathcal{P},C)} = \boxed{\frac{42}{3\sqrt{94}}}$

On remarque que les points A et C sont *équidistants* du plan $\mathcal{P}$.

Bonus : $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}$ ' partagent le même vecteur directeur $\vec{n}$

L'équation cartésienne de $\mathcal{P}$ ' est : $\boxed{11x - 23y - 14z + d \quad \text{avec } d = 92}$

Bertrand Bratschi