Maths 11 N

Pré-Test 4

Samedi 29 Novembre 2025

`Vecteurs ( Repère, droites, colinéarité )`

Réponses

Question 1 [6 points]

On donne les points A: $(-2 : -5)$, B: $(13; 6)$, C: $(-28; -17)$, et D: $(28; 17)$

1) Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 13 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \end{pmatrix}$

2) Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ peut être considéré comme un *vecteur directeur* de la droite AB

parce qu'il est évidement *parallèle* à la droite AB.

3) De (2) une équation vectorielle de la droite AB est : $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \lambda \vec{v}$

donc $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \end{pmatrix}$

4) Pour voir si les points C et D sont sur la droite AB, ont essaye de voir si il est possible

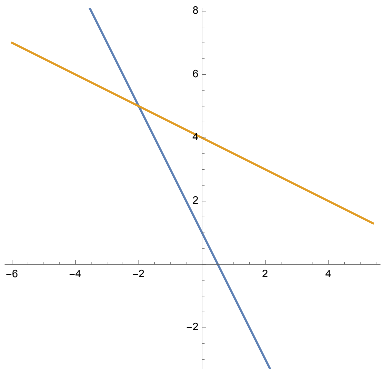
- Avec C, que $\begin{pmatrix} -28 \\ -17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \lambda \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -28 = -2 + 15\lambda \\ -17 = -5 + 11\lambda \end{cases}$ $\boxed{\text{non}}$ $\left(-\frac{26}{15} \neq -\frac{12}{11} \right)$
- Avec D, que $\begin{pmatrix} 28 \\ 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \lambda \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 28 = -2 + 15\lambda \\ 17 = -5 + 11\lambda \end{cases}$ $\boxed{\text{Non}}$ $(\lambda = 2)$

Question 2 [6 points]

On donne la droite d_1 par son équation cartésienne implicite $y = -2x + 1$

et la droite d_2 par son équation cartésienne implicite $y = -\frac{1}{2}x + 4$

1) Les deux droites sont ainsi:



2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I entre les deux droites.

on égale les équation $\Rightarrow \boxed{\text{I: } (-2, 5)}$

3) Calculer par l'une des deux méthodes vue en classe l'angle θ entre les deux droites.

Soit $\theta = \arctan(-\frac{1}{2}) - \arctan(-2) = \boxed{36.8699^0}$

Soit $\cos(\theta) = \dfrac{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}{\sqrt{5}\sqrt{\frac{5}{4}}} \quad \Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{4}{5}\right) = \boxed{36.8699^0}$

Question 3 [6 points]

On donne les droites d_1 et d_2 dans l'espace 3D, par leur équation vectorielle:

$$d_1: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 180 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad d_2: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda_2 \begin{pmatrix} -11 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -19 \\ 58 \\ -73 \end{pmatrix}$$

1) Montrer que les deux droites passent par I : $(-30, 60, -70)$

Car $\begin{cases} -30 = 10 + 2\lambda_1 \\ 60 = 300 + 6\lambda_1 \\ -70 = 10 + 4\lambda_1 \end{cases}$ pour $\lambda_1 = -20$ et $\begin{cases} -30 = -19 - 11\lambda_2 \\ 60 = 58 + 2\lambda_2 \\ -70 = -73 + 3\lambda_2 \end{cases}$ pour $\lambda_2 = 1$

2) L'angle entre les deux droites s'obtient avec le *produit scalaire* des vecteurs directeurs

$$\cos(\theta) = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} -11 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2+4^2+6^2}\sqrt{(-11)^2+2^2+3^2}} = \frac{-22+12+12}{\sqrt{4+16+36}\sqrt{121+4+9}} = \frac{2}{\sqrt{56}\sqrt{134}} = \frac{1}{\sqrt{28}\sqrt{67}} = 0.023 \Rightarrow \boxed{\theta = 88.68^0}$$