Maths 11 N

Pré-Test 4

Samedi 29 Novembre 2025

Produit scalaire et équations de droittes

Réponses

Question 1 [6 points]

On donne les points P: $(-5:-1)$, Q: $(1;7)$, R: $(61,87)$ S:$(33,47)$

1) Le vecteur $\overrightarrow{PQ}$ est : $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OQ}=\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-5\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$

2) Le vecteur $\overrightarrow{PQ}$ peut être considéré comme un *vecteur directeur* de la droite PQ

parce qu'il est évidement parallèle à la droite PQ.

3) De (2) une équation vectorielle de la droite PQ est : $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OP}+\lambda\vec{v}$

donc $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\1\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-6\\-8\end{pmatrix}$

4) Pour voir si les points R et S sont sur la droite PQ, ont essaye de voir s'il est possible

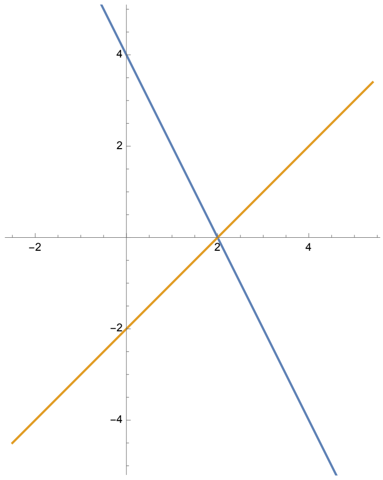
- Avec R, que $\begin{pmatrix}61\\87\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\-1\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}61=-5+6\lambda\\87=-1+8\lambda\end{cases}$ $\boxed{\text{oui}}$ $(\lambda=11)$
- Avec S, que $\begin{pmatrix}33\\47\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\-1\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}33=-5+6\lambda\\47=-1+8\lambda\end{cases}$ $\boxed{\text{Non}}$ $(\frac{38}{6}\neq\frac{48}{8})$

Question 2 [6 points
]

On donne la droite d_1 par son équation cartésienne $y = -2x + 4$

et la droite d_2 par son équation cartésienne $y = x - 2$

1) Les deux droites sont disposées ainsi:



2) Les coordonnées du point d'intersection I entre les deux droites.

s'obtiennent en résolvant l'équation $-2x + 4 = x - 2 \quad \Rightarrow \boxed{\text{I: (2,0)}}$

3) Calculer par l'une des deux méthodes vue en classe l'angle θ entre les deux droites.

Soit $\theta = \arctan(-2) - \arctan(1) = \boxed{108.435^0}$

Soit $\cos(\theta) = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{5}\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \theta = \text{arctcos}\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right) = \boxed{108.435^0}$

Question 3 [6 points]

On donne les droites d_1 et d_2 dans l'espace 3D, par leur équation vectorielle:

$$d_1\text{:} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} -11 \\ 22 \\ -13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -19 \\ 58 \\ 73 \end{pmatrix} \qquad d_2\text{:} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 200 \\ 80 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1) Les deux droites passent par le même point I: $(-30, 80, 60)$

Car $\begin{cases} -30 = -19 - 11\lambda_1 \\ 80 = 58 + 22\lambda_1 \\ 60 = 73 - 13\lambda_1 \end{cases}$ pour $\lambda_1 = 1$ et $\begin{cases} -30 = 10 + 2\lambda_2 \\ 80 = 200 + 6\lambda_2 \\ 60 = 80 + 1\lambda_2 \end{cases}$ pour $\lambda_2 = -20$

2) L'angle entre les deux droites s'obtient avec le produit scalaire des vecteurs directeurs

$$\cos(\theta) = \frac{\begin{pmatrix} -11 \\ 22 \\ -13 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{11^2 + 22^2 + (-13)^2}\sqrt{2^2 + 6^2 + 1^2}} = \frac{-22 + 132 - 13}{\sqrt{121 + 484 + 169}\sqrt{4} + 36 + 1} = \frac{97}{\sqrt{774}\sqrt{41}} = 0.545 \Rightarrow \boxed{\theta \cong 57^0}$$