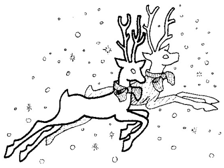


Mercredi 17 décembre 2025

PAM – MATHS

Examen de Décembre

Classe 12

2 problèmes

Nom: ______________

Total: / 40 points

Problème 1 (été 2023) [/20 point]

On considère l'équation différentielle $y' = -\frac{y}{2x} + 5x + 3$ et on note s sa solution particulière satisfaisant la condition initiale $s(1) = -2$.

a) Employer la méthode d'Euler pour estimer en 2 pas la valeur de $s(2)$. Donner l'estimation obtenue sous forme d'une fraction irréductible.

b) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle.

c) Prouver que $s(x) = 2x(x+1) - \frac{6}{\sqrt{x}}$.

Les calculs faits pour répondre à la question a) peuvent laisser penser que la fonction s admet un zéro dans l'intervalle $\left[1;\frac{3}{2}\right]$.

d) Prouver que la fonction s admet bien un zéro dans l'intervalle $\left[1;\frac{3}{2}\right]$.

e) Trouver un intervalle de longueur $\frac{1}{8}$ qui contient ce zéro en appliquant la méthode de la bissection. Présenter les calculs effectués avec 3 décimales.

f) Estimer ce zéro en appliquant une fois la formule de Newton (méthode de la tangente) à partir de la valeur initiale $x_0 = 1$.

Problème 2 (hiver 2023) [/20 point]

Première partie

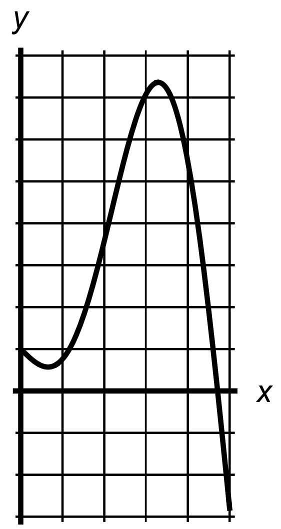
On considère l'équation différentielle $y' + \tan(x) \cdot y = 2x \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$ avec $x \in [0;1]$.

On note s la solution particulière de l'équation satisfaisant la condition initiale $s(0) = 2$.

a) Estimer, avec 3 décimales, la valeur de $s(1)$ en employant la méthode d'Euler avec 2 pas.

b) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle.
Indication : $-\ln(\cos(x))$ est une primitive de $\tan(x)$ si $x \in [0;1]$.

Deuxième partie



On considère la fonction *f* donnée par $f(x) = 1 + \sin(x) - 2x \cdot \cos(x)$.
Le graphe de *f* est représenté ci-contre pour $x \in [0;5]$ et on cherche dans les deux questions suivantes une estimation de x_0, le zéro de *f*.

c) En employant la méthode de la bissection, à partir d'un intervalle de longueur 1, trouver un nombre x_0 tel que $|f(x_0)| < 0.4$. Donner x_0 avec 2 chiffres après la virgule.

d) En employant une fois la formule de la tangente (ou de Newton), avec une valeur initiale entière, trouver une nouvelle estimation de x_0, toujours avec 2 chiffres après la virgule.