12 PAM **Série 2** Lundi 30 sept.2024

Équations différentielles 2

Exercice 1

1) Monter que l'équation différentielle $y' - 3y = 7e^x - 2x + 1$

admet comme solution générale $y_g = -\frac{7}{2}e^x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} + ce^{3x}$.

2) Vérifier que cette solution satisfait bien l'équation différentielle.

3) Trouver une solution particulière y_p de l'équation différentielle telle que $y_p(0) = y_0$.

Exercice 2

Résoudre l'équation différentielle $y' - 3y = -2x + 1$.

Comparez sa solution avec celle de l'exercice précédant.

Exercice 3

1) Peut-on résoudre l'équation différentielle $\frac{y}{y'} = 3\left(1 - \frac{\cos(x)}{y'}\right)\sec(x)$?

Indices : **i)** Comparer avec la question 8 de l'exercice 1, série 1.

ii) Utiliser la formule de substitution CRM p.81

2) Vérifier que cette solution satisfait bien l'équation différentielle.

Exercice 4

Il s'agit d'un exercice d'observation et de réflexion.

1) Monter que les équations différentielles des questions 2 et 4 peuvent toutes deux se ramener à la forme canonique $a(x)y + b(x)y0 = p_d(x)$

où $p_d(x)$ est une fonction polynomiale de degre d.

Pour vous en convaincre, compléter le tableau ci-dessous

ex	$a(x)$	$b(x)$	$p_d(x)$	d	$y_p(x)$
1					
2					

Ajouter dans la troisième colonne la solution particulière $y_p(x)$

Que remarquez-vous ? Que pourrait-on en conclure ?

2) Pouvez-vous utiliser cette conclusion pour retrouver la solution de l'exercice 2 sans passer par la *'variation de la constante'* ?

3) En généralisant le même principe, trouver la solution de $\boldsymbol{y' - 3y = 6x^2 - 2x + 1}$

4) Cette méthode est bien plus simple ! Mais quelles en sont les limitations ?