

Optimisation Linéaire

(dernier point du chapitre Algorithme du programme PAM)

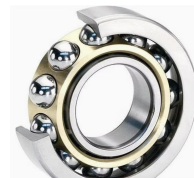
Définition

L'*optimisation linéaire* est une méthode pour maximiser ou minimiser une fonction (bénéfice, coût, perte d'énergie, volume ...) d'une fonction linéaire en un certain nombre de variables, sous des contraintes exprimées par des inégalités (également linéaires en ces mêmes variables). Comme cette définition est un peu abstraite, le plus simple est de commencer par un exemple.

Enoncé:

Une entreprise construit 2 produits P_1 et P_2 avec 3 machines M_1, M_2, M_3

produit	P_1	P_2
temps de production avec M_1 (heures)	1	1
temps de production avec M_2 (heures)	1	3
temps de production avec M_3 (heures)	0	3
prix	300 CHF	500 CHF



Les machines ne fonctionnent pas forcément le même nombre d'heure par mois, par exemple elles sont utilisées ainsi:

Machine	temps de fonctionnement en un mois (heures)
M_1	150
M_2	210
M_3	189

On se pose alors la question suivante : Comment maximiser le bénéfice en minimisant le coût ?

Les 5 étapes de la méthode**1] Que cherche-t-on à optimiser ?**

Ici il s'agit du revenu mensuel $\mathcal{R}$ que l'on aimerait *maximiser*.

2] Quelles sont les *variables* ?

Ici il s'agit de x : nombre de produits P_1 vendus

y : nombre de produits P_2 vendus

3] Comme exprimer la quantité à optimiser en fonction des variables sélectionnées ?

$$\mathcal{R} = f(x, y) = 300x + 500y$$

Remarque : Cette fonction est *linéaire* en x et y .

4] Quelles sont les *contraintes* ?

$$\text{ce sont ici : } \begin{cases} x + y \leq 150 \\ x + 3y \leq 210 \\ 3y \leq 189 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Remarque : Ces contraintes sont *linéaires* en x et y .

5] Résolution graphique (à faire en classe)

Question de maturité été 2022

Un bar est spécialisé dans les smoothies, boissons formées à partir de lait et de fruits.

Chaque matin, le restaurateur dispose de 2 kg de fraises, 9 kg de bananes et 10 kg de lait avec lesquels il produit deux types de smoothies, les « fraise banane » abrégés *FB* et les « banane pure » abrégés *BP*.

Les ingrédients pour faire un verre de smoothie *FB* sont 40 g de fraises, 60 g de bananes et 100 g de lait, alors que pour faire un verre de smoothie *BP* il faut 100 g de bananes et 100 g de lait.

On note x le nombre de verres de *FB* et y le nombre de verres de *BP*.

- a) Déterminer graphiquement le domaine (sous-ensemble du plan) dans lequel on peut choisir x et y . Hachurer ce domaine.

- b) Les verres de *FB* sont vendus 5.- et les verres de *BP* 4.-. On suppose de plus que tous les verres produits sont vendus.

Combien de verres de *FB* et combien de verres de *BP* doit produire ce restaurateur pour obtenir le plus grand bénéfice possible ?

Lui reste-t-il des fraises, des bananes ou du lait après avoir réalisé ses smoothies ? Si oui, combien ?

- c) Le restaurateur remarque qu'il vend plus de verres de *BP* que de *FB* et décide d'inverser les prix. Quel est alors le plus grand bénéfice possible ?

Lui reste-t-il des fraises, des bananes ou du lait après avoir réalisé ses smoothies ? Si oui, combien ?

Conseil :

Essayer de procéder selon les 5 étapes de la page 1.

[5] Résolution graphique (de cette question)

