



12 PAM

Test 3

Lundi 27 Janvier 2025

Méthodes de la bisection et de Newton

...../ 20 points

Nom: _____

Question 1

[8 points]

- a) Trouver une approximation de $\sqrt{2}$ en résolvant l'équation $x^2 - 2 = 0$ avec la méthode de *Newton*.
Prendre comme valeur initiale $x_0 = 1$ et effectuer 3 itérations.
Donner tous les résultats sous forme de fraction.
- b) On donne la fonction $f(x) = 2 \cos(x) - x + 7$.
En employant la méthode de la *bisection*, déterminer un nombre x tel que $|f(x)| < 0.1$.

Question 2

[12 points]

On aimerait calculer des estimations du nombre $\ln(2)$ en employant différents algorithmes.

- a) Esquisser le graphe de la fonction $f(x) = e^x - 2$, puis résoudre l'équation $f(x) = 0$ en employant la méthode de la bisection. On arrêtera les calculs dès qu'on aura trouvé un intervalle de longueur inférieure ou égale à $\frac{1}{100}$ et contenant la solution.
- b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$ en employant cette fois la méthode de Newton et en prenant comme valeur initiale $x_0 = 3$. Noter les termes successifs de la suite de Newton jusqu'à ce que cette suite soit constante lorsqu'on travaille avec 3 chiffres significatifs, c'est-à-dire avec des résultats arrondis au millième.
- c) Observer que la fonction $y = \ln(x)$ est la solution de l'équation différentielle $y' = \frac{1}{x}$ satisfaisant la condition initiale $y(1) = 0$, puis calculer une estimation de $y(2)$ en employant la méthode d'Euler avec un pas $h = 0.25$. On arrondira à nouveau les résultats au millième.