Équations différentielles 1

Exercice 1

Résoudre les *équations différentielles* (EDs) suivantes:

1) $y' = (x+1)y^2$

2) $y' = \dfrac{2(x+1)}{y}$

3) $y' = \dfrac{e^x}{3y}$

4) $e^{x+y} = y' e^{2x-y}$

5) $y = \ln(y')$

6) $x = \ln(y')$

7) $x + y = \ln(y')$

8) $\frac{y}{y'} = 3\sec(x)$

Question/Remarque:

Peut-on écrire la même solution générale de plusieurs façons ?

Si oui pourquoi/comment ?

Exercice 2

Cet exercice considère les 5 premières EDs de l'exercice précédant

Pour chaque solution trouvée, préciser l'*ensemble de définition* de la solution générale.

Si nécessaire, distinguer les cas où la constante d'intégration est positive ou négative.

Exercice 3

Reprenons encore une fois les 5 EDs précédentes.

1) Est-il possible de trouver une solution à la première E.D satisfaisant l'une des trois *conditions "initiales"* suivantes ? (si oui laquelle ? sinon pourquoi ?)

i) $y'(1) = 0$ **ii)** $y'(0) = 1$ **iii)** $y'(0) = -1$

2) Trouver une solution à la seconde ED, telle que $y(3) = -6$

3) Trouver une solution à la troisième ED, telle que $y(0) = 1$

4) Est-il possible de trouver une solution de la quatrième ED telle que $y = f(x)$ avec $f(\ln(2)) = -\ln(3)$?

5) Sachant que la fonction $g(x)$ est solution de la cinquième ED, et que g(0)=1, quel est alors le signe de $g(\frac{1}{\pi})$?