12 PAM **Test 1** Vendredi 25 sept.2026

/30 *Équations différentielles 1* Nom: _____

Question 1 [/22 points]

Dans cette question, nous allons considérer l'équation différentielle suivante:

$$(x-1)y' = (x+1)y$$

1) Quel est son *ordre* ? [/1]

2) Est-elle *linéaire* ? [/1]

3) Si oui est elle *homogène* ? [/1]

4) Peut-on la réécrire sous la forme $y' = F(x,y)$? [/2]

Si oui quelle est l'expression de $F(x,y)$?

5) Peut-on aussi la réécrire sous la forme $u(x)dx + v(y)dy = 0$? [/2]

Si oui que sont alors les fonctions $u(x)$ et $v(y)$?

6) Aide à la résolution (compléter l'identité) [/1]

$\frac{x+a}{x+b} = \frac{x+b+(a-b)}{x+b} = \ldots\ldots + \text{———}$

7) Résoudre l'équation différentielle [/7]

8) Montrer que votre solution vérifie bien l'équation différentielle. [/3]

9) Trouver une solution particulière de l'équation vérifiant la condition

$y(2) = e^3$ [/4]

Que vaut alors $y'(2)$?

Bonus :

B_1) Sous quel *nom* désigne-t'on la *forme* de l'équation différentielle à la question (4) ?

Sous quel *nom* désigne-t'on la *forme* de l'équation différentielle à la question (5) ?

[+2]

Question 2 [/8 points]

Résoudre l'équation différentielle [/8]

$$y' = (x+1)y^3$$

Bonus :

B_2) Trouver une *solution particulière* à cette dernière équation différentielle telle que $y(0) = -2$ [+2]

B_3) Etudier le *domaine de définition* de $f(x) = \sqrt{\frac{-1}{(x+1)^2 + C}}$ en distinguant si nécessaire les cas où la constante d'intégration C est positive ou négative. [+4]