Remarques sur équations différentielles linéaires homogènes non homogènes

---

Exercice 1

1) Monter que l'équation différentielle $y' - 3y = 7e^x - 2x + 1$

admet comme solution générale $y_g = -\frac{7}{2}e^x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} + c\,e^{3x}$.

2) Vérifier que cette solution satisfait bien l'équation différentielle.

3) Trouver une solution particulière y_p de l'équation différentielle telle que $y_p(0) = y_0$.

Exercice 2

Résoudre les équations différentielles **i)** $y' - 3y = -2x + 1$.

ii) $y' - 3y = 4x^2 - 2x + 1$

Comparez leur solution avec celle de l'exercice précédant.

Exercice 3

1) Peut-on résoudre l'équation différentielle $\frac{y}{y'} = 3\left(1 - \frac{\cos(x)}{y'}\right)\sec(x)$?

Indices : **i)** Comparer avec la question 8 de l'exercice 1, série 1.

ii) Utiliser la formule de substitution, tables CRM p.81

2) Vérifier que cette solution satisfait bien l'équation différentielle.

Exercice 4

Il s'agit d'un exercice d'observation et de réflexion. ⋆

1) Monter que les deux équations différentielles de l'exercices 2 ci-dessus peuvent toutes deux se ramener à la forme canonique $a(x)y+b(x)y'=p_d(x)$ où $p_d(x)$ est une fonction polynomiale de degré d.

Pour vous en convaincre, compléter le tableau ci-dessous

ex	$a(x)$	$b(x)$	$p_d(x)$	d	$y_p(x)$
2					
3					

Ajouter dans la troisième colonne la solution particulière $y_p(x)$

Que remarquez-vous ? Que pourrait-on en conclure ?

Pourrait-on généraliser cette observation pour deviner à quoi devrait ressembler la solution de l'exercice 1 ?

2) Pouvez-vous utiliser les observations et hypothèses de (1) pour retrouver les solutions des ED de l'exercice 2 sans passer par la *'variation de la constante'* ?

3) En généralisant le même principe, trouver la solution de $\boldsymbol{y'-3y=6x^2-2x+1}$

4) En généralisant encore le même principe, trouver la solution de l'exercice 1

5) Cette méthode est bien plus simple ! Mais quelles en sont les limitations ?

⋆ Remarque : Le sujet de cet exercice est en lien avec le second tableau de la page 89 des tables  .