12 PAM **Série 2** Vendredi 3 octobre 2025

*Équations différentielles 2*

---

## Exercice 1

**1)** Monter que l'équation différentielle $y' - 3y = 7e^x - 2x + 1$

admet comme solution générale $\mathrm{y}_g = -\frac{7}{2}e^x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} + ce^{3x}$.

**2)** Vérifier que cette solution satisfait bien l'équation différentielle.

**3)** Trouver une solution particulière $\mathrm{y}_p$ de l'équation différentielle telle que $\mathrm{y}_p(0) = y_0$.

## Exercice 2

Résoudre les équations différentielles **i)** $y' - 3y = -2x + 1$.

**ii)** $y' - 3y = 4x^2 - 2x + 1$

Comparez leur solution avec celle de l'exercice précédant.

## Exercice 3

**1)** Peut-on résoudre l'équation différentielle $\frac{y}{y'} = 3\left(1 - \frac{\cos(x)}{y'}\right)\sec(x)$ ?

Indices : **i)** Comparer avec la question 5 de l'exercice 1, série 1.

**ii)** Utiliser la formule de substitution, tables RM p.81

**2)** Vérifier que cette solution satisfait bien l'équation différentielle.

**Exercice 4**

Il s'agit d'un exercice d'observation et de réflexion. $\star$

**1)** Monter que les deux équations différentielles de l'exercices 2 ci-dessus peuvent toutes deux se ramener à la forme canonique $a(x)y+b(x)y'=p_d(x)$ où $p_d(x)$ est une fonction polynomiale de degre $d$.

Pour vous en convaincre, compléter le tableau ci-dessous

| ex | $a(x)$ | $b(x)$ | $p_d(x)$ | $d$ | $y_p(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |

Ajouter dans la troisième colonne la solution particulière $y_p(x)$

Que remarquez-vous ? Que pourrait-on en conclure ?

Pourrait-on généraliser cette observation pour deviner à quoi devrait ressembler la solution de l'exercice 1 ?

**2)** Pouvez-vous utiliser les observations et hyothèses de (1) pour retrouver les solutions des ED de l'exercice 2 sans passer par la *'variation de la constante'* ?

**3)** En généralisant le même principe, trouver la solution de $\boldsymbol{y' - 3y = 6x^2 - 2x + 1}$

**4)** En généralisant encore le même principe, trouver la solution de l'exercice 1

**5)** Cette méthode est bien plus simple ! Mais quelles en sont les limitations ?

$\star$Remarque : Le sujet de cet exercice est en lien avec le second tableau de la page 89 des tables .