12 PAM **Test 4** Jeudi 29 Janvier 2026

Polynômes, Horner, factorisation, zéros

……./ 35 points Nom: _____________

Question 1 [7points]

Décomposer le polynôme $P(x) = 105x^3 + 23x^2 - 16x - 4$ en produit de polynômes du premier degré à coefficients entiers, sachant que $P\left(\frac{2}{5}\right) = 0$.

Question 2 [12 points]

Le graphe d'une fonction polynomiale du troisième degré
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ passe par les points $P_1(1,0)$ et $P_2(-1,0)$
Au points P_1 la pente de la tangente au graphe vaut 2,
et au point P_2 la pente de la tangente au graphe vaut -10.

1) A partir de ces 4 conditions (dans l'ordre donné ci-dessus), écrite un système de 4 équations dont les 4 inconnues sont les coefficients sont a, b, c, d.
2) Déterminerez les valeurs les valeurs de a et de c.

Conseil : En combinant les deux premières équations, vous pouvez déduire des relations simples entre a et c et entre b et d, puis les substituer dans les deux dernières équations…

3) Écrire f sous la forme d'un produit de 3 polynômes du premier degré à coefficients entiers, puis esquisser son graphe.
Si la fonction f n'a pas été trouvée, considérer la fonction de rechange $g(x) = -2x^3 + 5x^2 + 2x - 5$ dont le graphe passe également par les points P_1 et P_2.

Question 3 [16 points]

On donne le polynôme $P(x) = 4x^3 - 40x^2 + 37x - 9$.

a) Expliquer pourquoi ce polynôme possède au moins un zéro strictement positif.
b) On considère la famille d'intervalles $I_n = [0; 2^n]$, où $n \in \mathbb{N}$.
Trouver la plus petite valeur de n pour laquelle $P(0) \cdot P(2^n) < 0$.
c) Trouver un zéro du polynôme $P(x)$ en appliquant l'algorithme de la bissection. Pour le premier intervalle, prendre celui trouvé à la question précédente.
d) Trouver une approximation d'un autre zéro du polynôme $P(x)$ en appliquant une fois l'algorithme de Newton et en choisissant $x = 0$ comme valeur initiale.
e) Écrire $P(x)$ sous forme d'un produit de polynômes du premier degré à coefficients entiers.
Employer cette fois le schéma de Horner.