12 PAM **Chapitre 3A** Décembre 2025

Méthode de la Bissection

Rappel théorique (la méthode a déjà été présentée en classe le 28 novembre)

Si une fonction *continue* change de signe entre deux valeurs de x (disons x_1 et x_2) <u>alors</u> elle s'annule nécessairement *au moins une* fois entre ces deux valeurs :

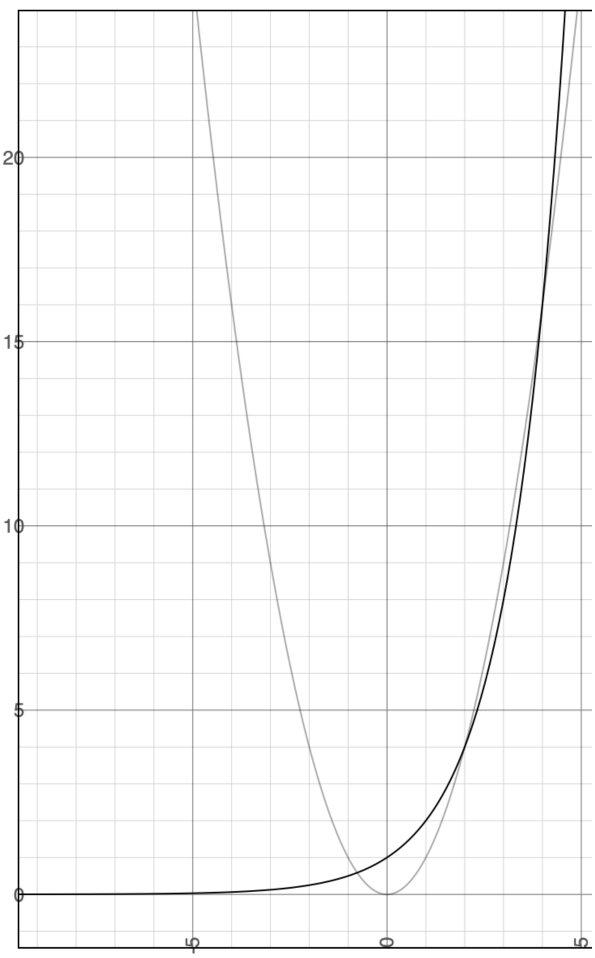
$$f(x_1)\, f(x_2) < 0 \Rightarrow \exists \xi \in]x_1, x_1[\mid f(\xi) = 0$$

La *méthode de la bissection* est un algorithme simple basé sur cette propriété.

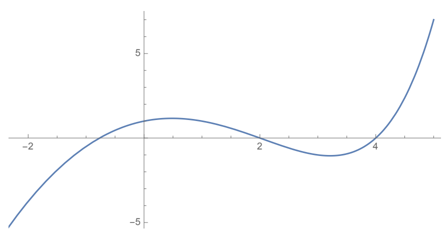
Pour l'illustrer nous allons considérer l'équation suivante : $2^x = x^2$.

1) En utilisant un peut d'intuition, montrez que bien que cette équation ne soit pas résoluble analytiquement, elle admet deux solutions positives entières faciles à trouver.

2) Le graphe suivant montre que l'équation admet aussi une solution *négative*. (ce qui est moins évident).



- Indiquer sur la figure les fonctions correspondantes à chaque courbe
- Montrer leurs intersections.
- Estimer la solution négative
- Expliquer comment la méthode de la bissection pourrait améliorer cette estimation.
- Etablir le lien entre l'équation à résoudre, et la recherche des zéros de la fonction dont la courbe est



- Essayer de programmer une application pour trouver la solution recherchée.
- combien d'itération sont nécessaires pour avoir trois chiffres significatifs ?

3) En considérant la même équation, comparer la vitesse de convergence cette méthode avec celle de Newton (en ligne ici). Combien de décimales correctes après 10 itérations ?