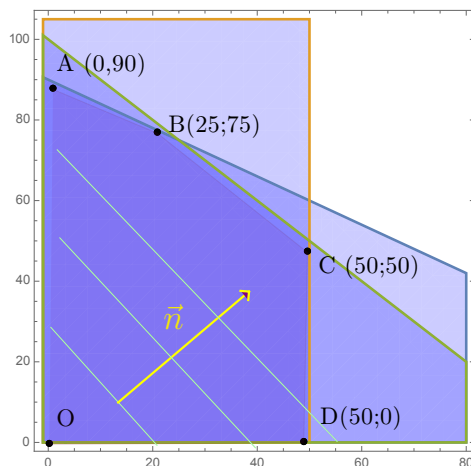


Réponses

- a)
- Conservation de la quantité de bananes (en grammes) : $60x + 100y < 900$
 - Conservation de la quantité de fraises (en grammes) : $40x + 0y < 2000$
 - Conservation de la quantité de lait (en grammes) : $100x + 100y < 10'000$
 - Contraintes logiques : $x \geq 0$ et $y \geq 0$

En simplifiant on obtient le système (de contraintes) suivant, dans le premier quadrant:

$$\begin{cases} 3x + 5y < 450 & \Rightarrow y < -\frac{3}{5}x + 90 & \text{région du plan délimitée par une droite affine de pente négative} \\ x < 50 & & \text{région du plan séparée par une droite verticale en } x = 50. \\ x + y < 100 & \Rightarrow y < -x + 100 & \text{région délimitée par une droite affine de pente négative} \end{cases}$$



La région satisfaisant *toutes* ces conditions est le polygone ABCDO.

Les valeurs qui optimisent le bénéfice \mathcal{B} sont les coordonnées de l'un des sommets.

On a ici $\mathcal{B}(x, y) = 5x + 4y$
Le point O correspond au bénéfice minimum (nul!)

- b) Une méthode consiste à tester les 4 autres sommets (en remplaçant leur coordonnées dans la fonction de bénéfice)
Par exemple en $\mathcal{B}(A) = 360\text{CHF}$, $\mathcal{B}(B) = 425\text{ CHF}$, $\mathcal{B}(C) = 450\text{ CHF}$, $\mathcal{B}(D) = 250\text{ CHF}$

Une autre méthode consiste à se déplacer *le plus loin possible* selon un vecteur normal à la famille de droites d'équation $y = h - \frac{5}{4}x$, comme le vecteur $\vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ (h étant un paramètre, ici lié au bénéfice).

La réponse est donc donnée par les coordonnées du point C,

On en déduit qu' *idéalement* il faudrait vendre

$x = 50$	verres de fraise-banane (FB) pour un prix total de 250 CHF
$y = 50$	verres de banane pure (BP) pour un prix total de 200 CHF

pour un total de 450CHF

- c) Or malheureusement pour le vendeur, la situation est différente, puisqu'il vend plus de BP que de BF. Il décide alors d'inverser les prix. Cela ne change évidemment pas le domaine des contraintes, qui reste le polygone ABCDO. (voir ci-contre)

Par contre cela change la *pente* de la famille de droite, ainsi que le vecteur \vec{n} , puisqu' à présent $\mathcal{B}(x, y) = 4x + 5y$.

On a ainsi $y = h - \frac{4}{5}x$, avec $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$. La réponse donnée par B.

$x = 25$	verres de fraise banane pour un prix total de 100 CHF
$y = 75$	verres de banane pure pour un prix total de 375 CHF

donc au total 465 CHF (ce qui est mieux).

- d) Il lui reste : $10\text{kg} - 25 \times 100\text{g} - 75 \times 100\text{g} = 0 \Rightarrow \text{plus de lait}$
 $9\text{kg} - 25 \times 60\text{g} - 75 \times 100\text{g} = 0 \Rightarrow \text{plus de banane}$
 $2\text{kg} - 25 \times 40\text{g} - 75 \times 0\text{g} = 1\text{kg de fraise.}$

