



MATHS 11N

xxx Mars 2025

Durée : 3 heures

Examen de Pâques

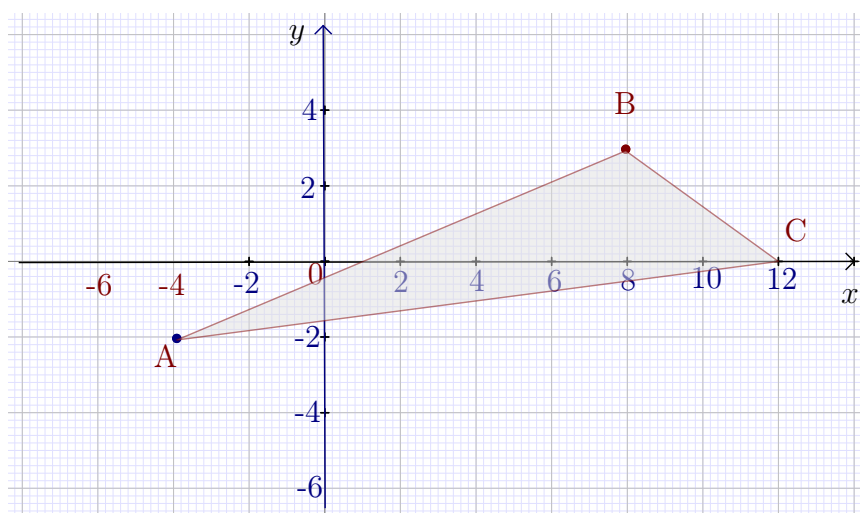
5 Questions. Total : /46

Réponses

Question 1

[7 points]

Considérons le triangle de sommets A(-4 ; -2), B:(8 ; 3) et C:(12 ; 0)



1) $a = BC = 5$ $b = AC = \sqrt{16^2 + 2^2} = \sqrt{260} = 2\sqrt{65}$ $b = AB = 13$

2) $260 = 13^2 + 5^2 - 2 \times 13 \times 5 \cos(\beta) \Leftrightarrow \beta = \arccos\left(\frac{260 - 169 - 25}{-130}\right) = \arccos\left(\frac{-33}{65}\right) \cong 120.5^\circ$

3) $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -12 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

4) $\cos(\beta) = \frac{-48 + 15}{13 \times 5} = \frac{-33}{65}$

5) $\sin(\beta) = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{-33}{65}\right)^2} = \pm \frac{56}{65}$ Mais $\beta > 0$ donc $\sin(\beta) = \frac{56}{65}$

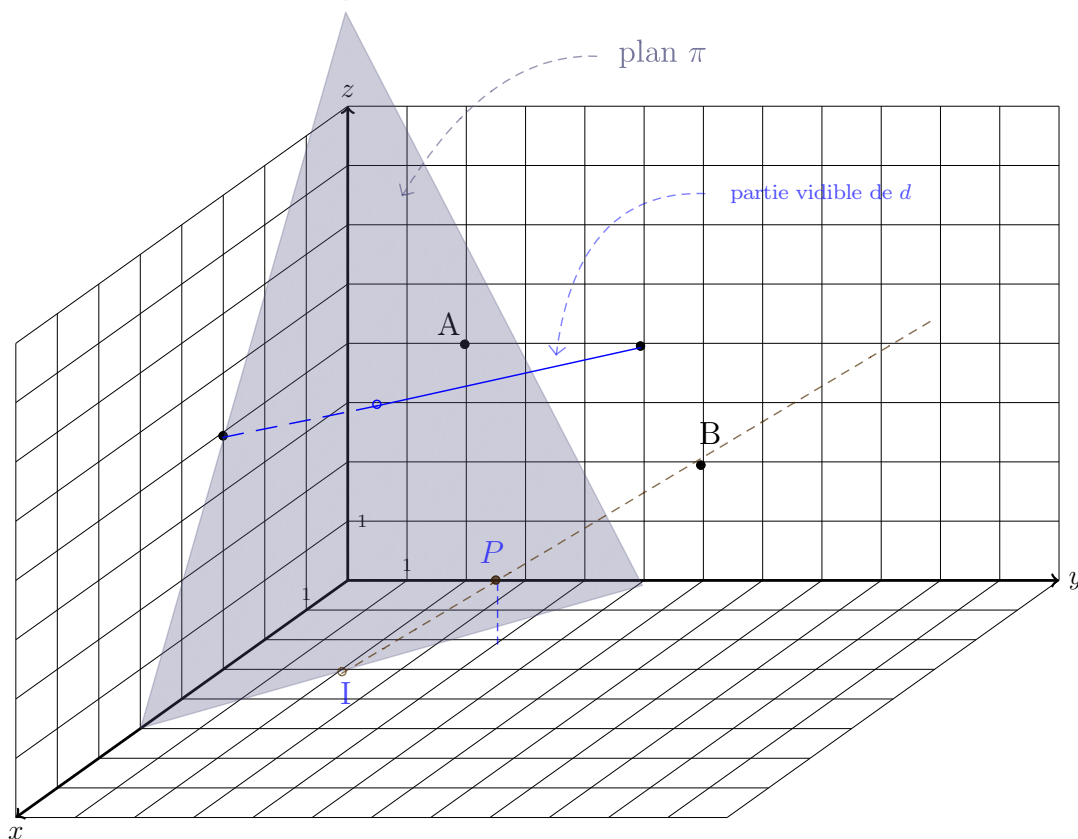
6) $\mathcal{A} = \frac{1}{2} 13 \times 5 \sin(\beta) = \frac{65}{2} \frac{56}{65} = 28 \text{ cm}^2$

7) $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \text{base} \times h \Rightarrow h = \frac{2\mathcal{A}}{AB} = \frac{56}{5} = 11.2 \text{ cm}$

Question 2

[6 points]

- a) Dans le système d'axes proposé ci-dessous, représenter la partie visible de la droite d d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = 2 + k \\ y = 2 - 2k \\ z = 4 \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{R}$.
- b) Déterminer une équation du plan π passant par les points $A(0; 2; 4)$, $B(0; 6; 2)$ et parallèle à la droite d . Dans le système d'axes proposé ci-dessous, représenter ce plan.
- c) Dans le système d'axes proposé ci-dessous, représenter le point $P(2; 4; 1)$. Ce point est-il situé dans le plan π ? Justifier la solution.
- d) On nomme d_{BP} la droite passant par les points B et P . Déterminer les coordonnées du point d'intersection I entre la droite d_{BP} et le sol.
Définition : on nomme sol, le plan contenant les axes O_x et O_y .
- e) Calculer les distances du point P aux trois axes de coordonnées.



$$b) \pi = \{M(x, y, z) | \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \lambda_1 \overrightarrow{AB} + \lambda_2 \overrightarrow{v_d}\} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

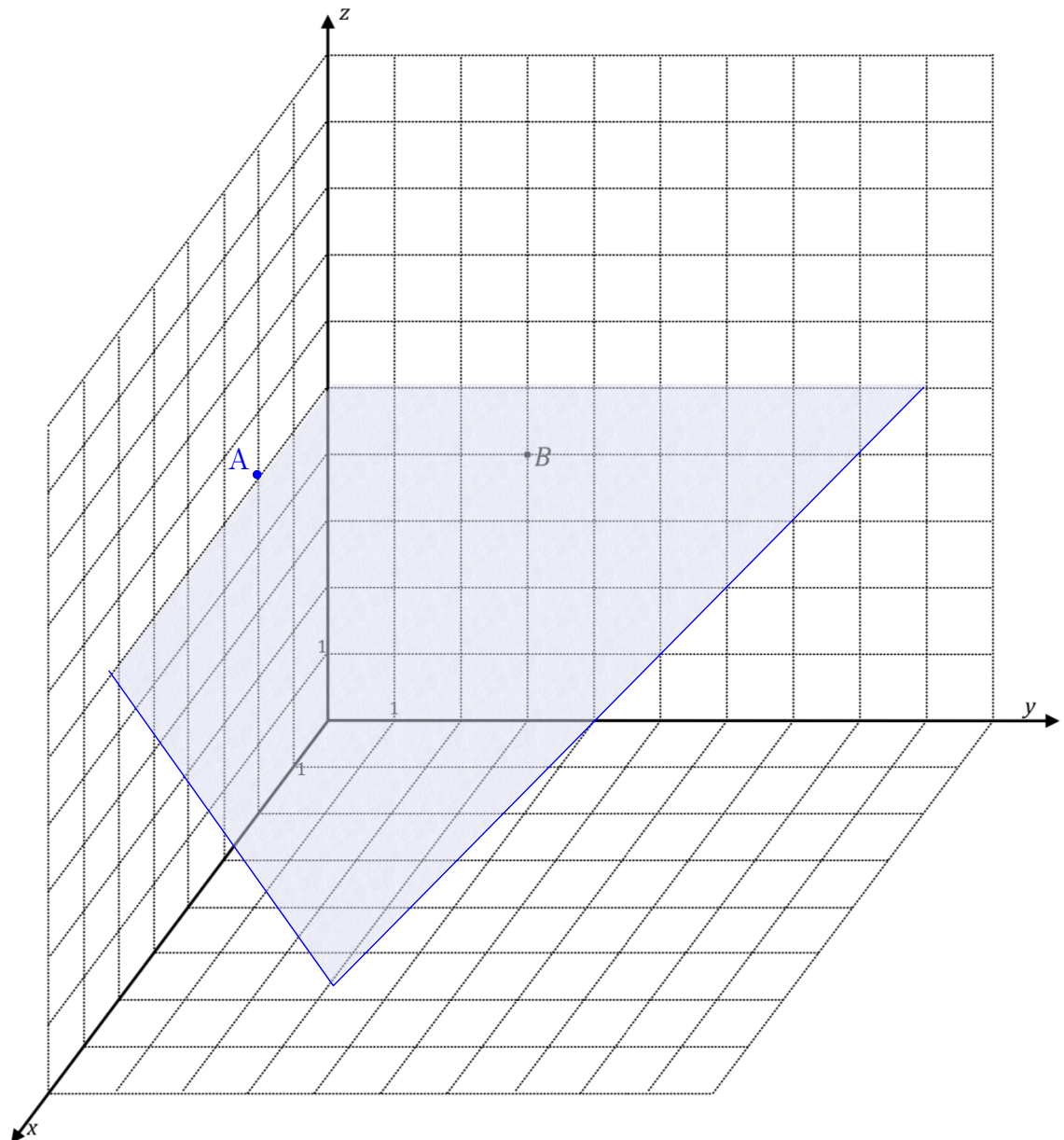
$$\Rightarrow \lambda_2 = x \quad \lambda_1 = \frac{z-4}{-2} \quad y = 2 + 4\left(\frac{z-4}{-2}\right)x - 2x \Rightarrow \boxed{2x + y + 2z - 10 = 0} \quad c) \text{ Oui}$$

$$d) \frac{x}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2}{-1} \quad \text{si } z=0 \quad \text{alors } \frac{x}{2} = \frac{y-6}{-2} = 2 \Rightarrow \boxed{I: (4, 2, 0)} \quad e) \text{ Distances : } \boxed{\sqrt{17}, \sqrt{5} \text{ et } \sqrt{20}}$$

Question 3

[7 points]

- a) Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter les points $A(2; 0; 4)$ et $C(0; 0; 1)$.
- b) Déterminer les coordonnées du point B donné dans le dessin ci-dessous et situé dans le plan Oyz . $B:(0,3,4)$
- c) Considérons le plan α passant par les 3 points A , B et C .
Déterminer une équation de ce plan.
Représenter ci-dessous le plan au moyen ses traces



$$\text{b) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - 2\lambda_1 - 2\lambda_2 \\ y = 0 + 3\lambda_1 \\ z = 4 - 3\lambda_2 \end{cases}$$

$$3x + 2y = 6 - 6\lambda_2 \quad \text{et donc } \frac{z-4}{-3} = \frac{3x+2y-6}{-6}$$

$$\Rightarrow 2(z-4) = 3x+2y-6 \Rightarrow \boxed{3x+2y-2z+2=0}$$

c) Traces

$$x=0 \Rightarrow 2y-2z+2=0 \quad \text{passe par } (0, -1, 0) \text{ et } (0, 0, 1)$$

$$y=0 \Rightarrow 3x-2z+2=0 \quad \text{passe par } \left(-\frac{2}{3}, 0, 0\right) \text{ et } (0, 0, 1)$$

$$z=0 \Rightarrow 3x+2y+2=0 \quad \text{passe par } \left(-\frac{2}{3}, 0, 0\right) \text{ et } (0, -1, 0)$$

Question 4

[7 points]

i) Résoudre l'équation trigonométrique $\sin^2(\gamma) = \frac{1}{2}$ pour $0 \leq \gamma \leq 2\pi$

et représentez les 4 solutions dans la cercle trigonométrique..

$$\text{On considère les vecteurs } \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ \cos(\gamma) \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{et } \vec{b} = \begin{pmatrix} \sin^2(\gamma) \\ \cos(\gamma) \\ 3 - \cos(2\gamma) \end{pmatrix} \quad \text{avec } \gamma \in \mathbb{R} \text{ en radians}$$

ii) Déterminer pour quelles valeur de γ entre 0 et 2π les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont orthogonaux

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5\sin^2(\gamma) + \cos^2(\gamma) - 1 + \cos(2\gamma) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5\sin^2(\gamma) + 1 - \sin^2(\gamma) - 3 + 1 - 2\sin^2(\gamma) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2(\gamma) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2(\gamma) = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \sin(\gamma) = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

ii) Dans le cas où $\gamma = \frac{\pi}{4}$, calculer la norme $\|\vec{a} + 2\vec{b}\|$

$$\text{si } \gamma = \frac{\pi}{4}, \text{ alors } \|\vec{a} + 2\vec{b}\| = \sqrt{6^2 + 2 + (2+0)^2} = \sqrt{42}$$

Question 5**[7 points]**

i) On donne les points A:(-8, 4) et B:(4, -8)

La droite $\mathcal{D}$ passe par A, et est parallèle à la droite d'équation $3x - 4y + 5 = 0$

A quelle distance $\mathcal{D}$ passe-t-elle du point B ?

$$\mathcal{D}: y = \frac{3}{4}x + h \quad 4 = \frac{3}{4}(-8) + h \Rightarrow h = 10 \quad \Rightarrow \mathcal{D}: 3x - 4y + 40 = 0$$

$$d = \frac{|12 + 32 + 40|}{\sqrt{25}} = \frac{84}{5}$$

ii) On considère le plan Π d'équation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\text{donc } \begin{cases} x = 1 - \lambda_1 + \lambda_2 \\ y = -2 + \lambda_1 \\ z = 4 + \lambda_2 \end{cases} \quad \boxed{x + y - z + 5 = 0}$$

ainsi que les points P: $(2 + \sqrt{3}, -7, 1)$ et Q: $(-6, 1, \sqrt{3})$.

Montrer que P et Q se trouvent à égale distance de Π

$$\frac{|2 + \sqrt{3} + (-7) - 1 + 5|}{\sqrt{3}} = \frac{|-6 + (1) - \sqrt{3} + 5|}{\sqrt{3}} = 1$$