MATHS 11N

Examen de Pâques

6 Questions. Total : /85

Jeudi 2 Avril 2026

Durée : 3 heures

Nom : __________

Question 1

[24 points]

On donne les 4 points suivants (valables pour les deux parties de cette question)

$$\text{A}:(-5;-2), \quad \text{B}:(7;-2), \quad \text{P}:(7;3) \qquad \text{et} \quad \text{Q}:(5;4).$$

Partie 1

Considérons le triangle ABP (donc ayant comme sommets A,B et P)

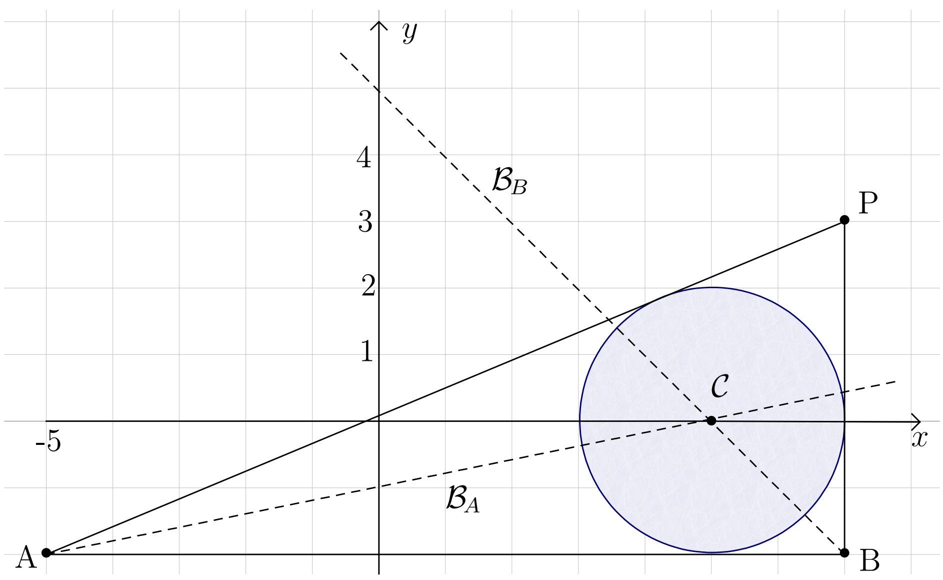
A partir des équations des droites AB, BP et AP, et de la formule des bissectrices

1) Montrer que la *bissectrice* $\mathcal{B}_A$ passant par A a comme équation $y = \frac{1}{5}x - 1$ [/3]

2) Trouver l'équation de la *bissectrice* $\mathcal{B}_B$ du triangle passant par B. [/2]

3) Trouver les coordonnées de $\mathcal{C}$, centre du cercle *inscrit* du triangle ABP. [/2]

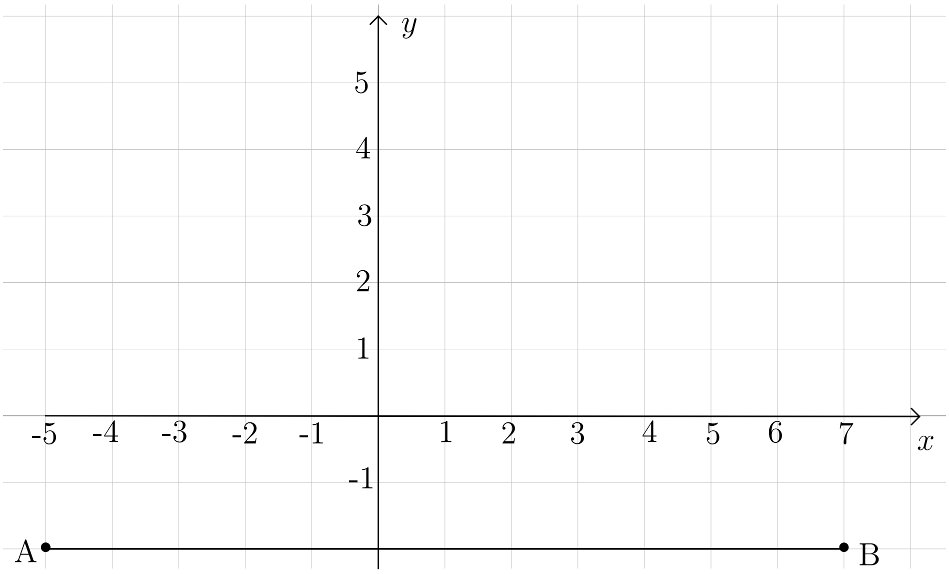
4) Donner l'équation du cercle *inscrit* du triangle ABP. [/2]



Partie 2

Nous considérons maintenant le triangle ABQ.

5) Tracer le triangle ABQ sur la figure ci-dessous .



6) Déterminer les longueurs des côtés AB, BQ et AQ du triangle ABQ. [/3]

7) En déduire, à l'aide d'un théorème vu en cours de trigonométrie,

que le cosinus de l'angle $\widehat{AQB}$ vaut $\frac{2}{\sqrt{85}}$ [/3]

8) Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{QA}$ et $\overrightarrow{QB}$. [/2]

9) A l'aide de ces vecteurs, retrouver la valeur *exacte* du cosinus de l'angle $\widehat{AQB}$. [/2]

10) En déduire une expression *exacte* du sinus de l'angle $\widehat{AQB}$. [/2]

11) Montrer que l'*aire* du triangle ABQ vaut 36 cm^2 [/2]

12) Compare l'*aire* du triangle ABQ avec l'*aire* du triangle ABP (de la partie 1). [/1]

Question 2 **[20 points]**

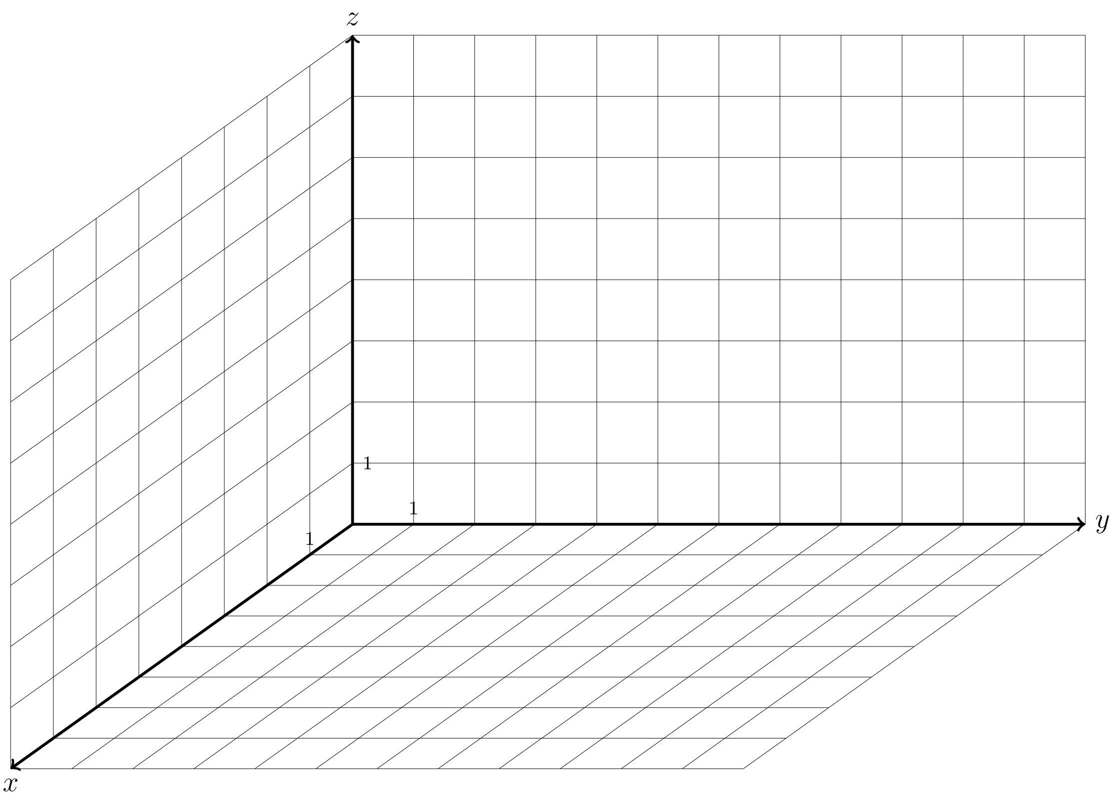
On donne les vecteurs suivants : $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

1) Ecrire une équation *vectorielle* du plan $\mathcal{P}$ passant par P: $(8; 12; -1)$
et *parallèle* aux deux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$. [/5]

2) En déduire qu'une équation *cartésienne* de $\mathcal{P}$
est : $\boxed{x - 3y - 7z + 21 = 0}$ [/5]

3) Trouver un vecteur $\vec{n}$, *normal* à $\mathcal{P}$ [/1]

4) Le dessin ci-dessous représente un repère orthogonal (O, x, y, z) de l'espace 3D.



i) Expliquer *pourquoi* le long de l'axe des x, on doit avoir $y = 0$ et $z = 0$ [/1]

ii) De la même façons, que doit-on avoir le long de l'axe des y ? [/1]

que doit-on avoir le long de l'axe des z ? [/1]

5) Utiliser votre réponse à (4), déterminer les coordonnées des trois points $\mathrm{I}_x, \mathrm{I}_y, \mathrm{I}_z$ d'*intersection* de plan $\mathcal{P}$ avec les axes x, y et z du repère orthonormé. [/3]

6) Tracer sur le dessin deux de ces 3 points d'intersections du plan avec les axes. [/3]

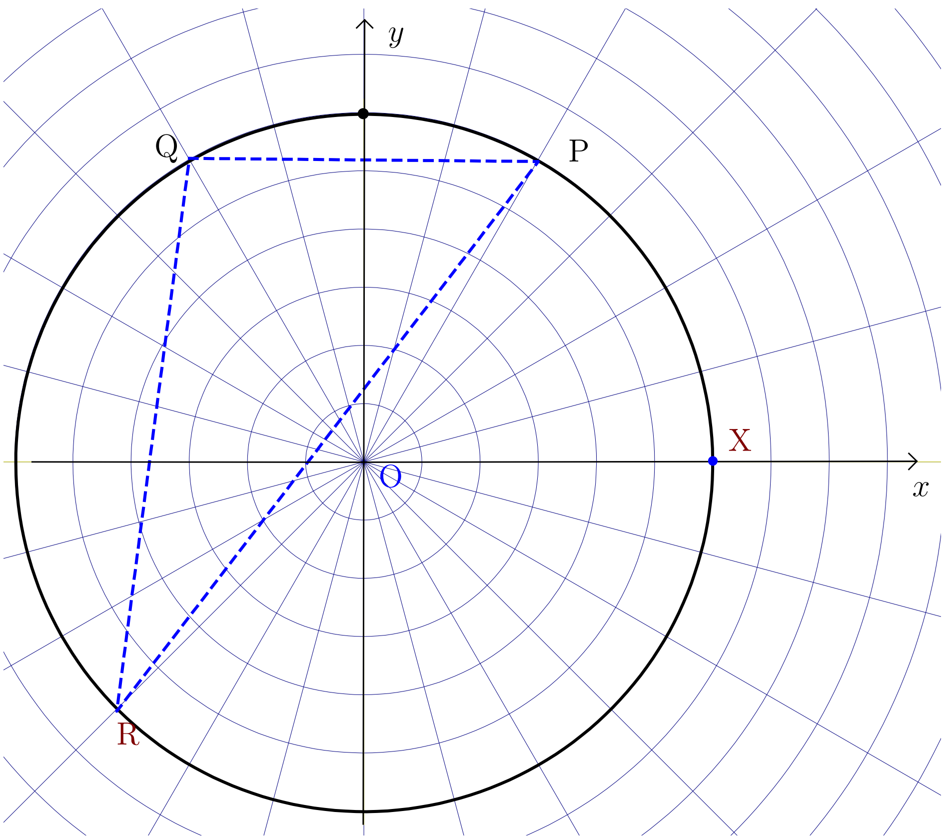
Explique pourquoi l'un d'entre eux pourrait ne pas facilement être montré.

Question 3 **[9 points]**

Dans cette question, le point X (sur l'axe Ox) a comme coordonnées (1,0)

On considère le triangle PQR, qui a pour sommets 3 points sur le cercle trigonométrique

avec les angles donnés : $\widehat{\mathrm{XOP}} = 60^0$ $\widehat{\mathrm{XOQ}} = 120^0$ $\widehat{\mathrm{XOR}} = 225^0$



1)Déterminer les *coordonnées* des trois points.

2) Donner une expression exacte pour la *distance* entre P et Q ?

Question 4 **[13 points]**

a) Dans le repère orthonormé (3D) ci-dessous, représenter les points

$\boldsymbol{A}(2;\,0;\,4)$ et $\boldsymbol{C}(0;\,0;\,1)$. [/2]

b) Déterminer les *coordonnées* du point $\boldsymbol{B}$ donné dans le dessin ci-dessous et situé dans le plan $\boldsymbol{Oyz}$. [/2]

c) Considérons le plan $\boldsymbol{\alpha}$ passant par les 3 points $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{C}$. [/4+2+2 +1]

i) Déterminer une *équation vecrorielle* de ce plan.

ii) Déterminer les valeurs des *paramètres* de l'équation (λ_1 et λ_2)

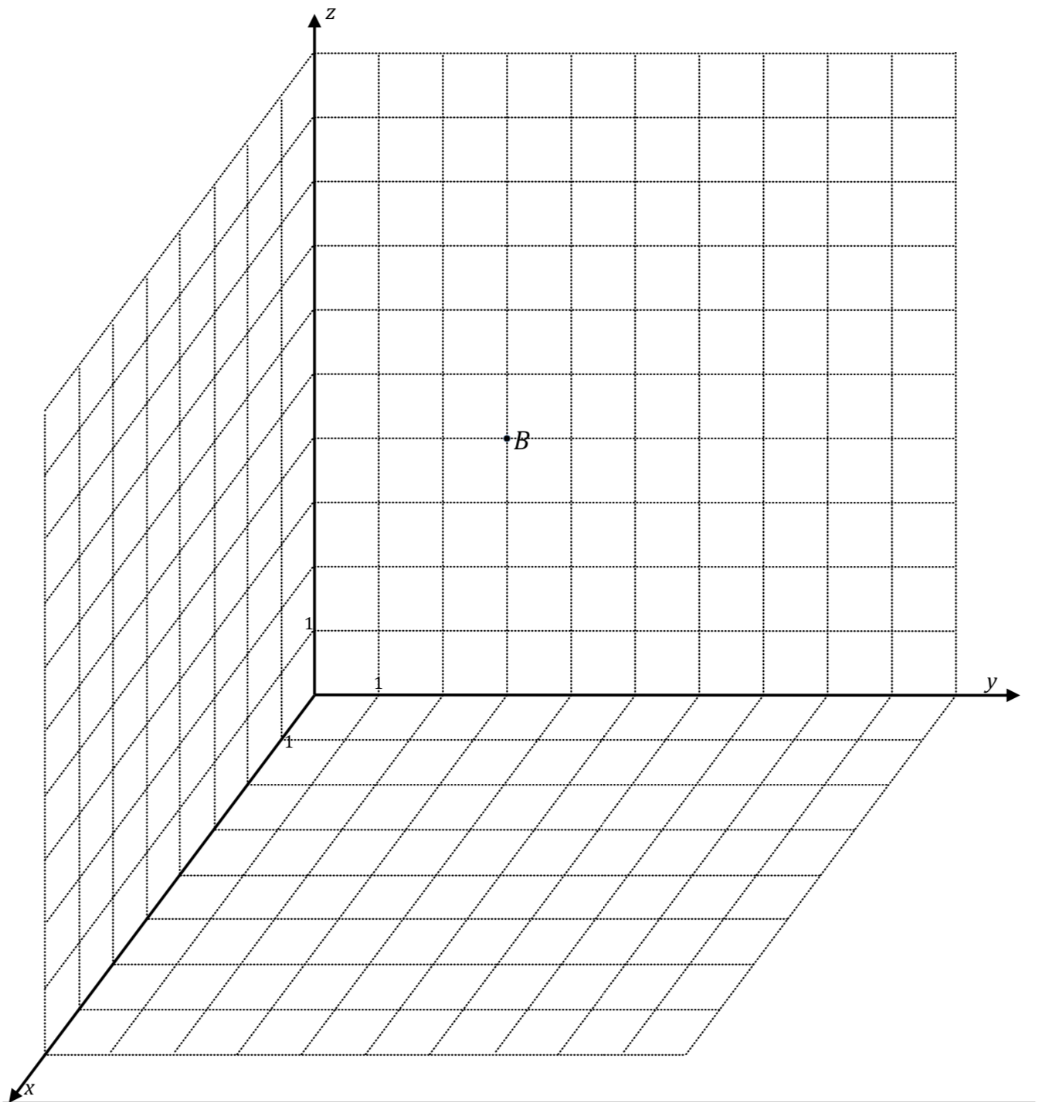
pour lesquels on a $x = 0$ et y=0.

iii) En déduire que l'*intersection* $\mathrm{I}_{z,}$ du plan avec l'axe z du repère orthonormé.

a comme coordonnées $(0, 0, 1)$.

iv) Connaissant à présent trois points du plan, vous pouvez le représenter

dans la figure ci-dessous au moyen de ses traces dans deux des 3 plans du repère.



Question 5

[11 points]

i) On donne les points A:$(-8,4)$ et B: $(4,-8)$ relativement au repère $\{0,x,y\}$.

La droite $\mathcal{D}$ passe par A, et est parallèle à la droite d'équation $3x-4y+5=0$

A quelle *distance* $\mathcal{D}$ passe-t-elle du point B ? [/4]

ii) On considère le plan Π d'équation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ainsi que les points P: $(5+2\sqrt{3},-7,3)$ et Q: $(-6,3\sqrt{3}+1,\sqrt{3})$

Les points P et Q se trouvent-ils à *égale distance* de Π ? (justifiez votre réponse) [/6]

iii) Donner un *vecteur directeur* du plan Π. [/1]

Question 6 [8 points]

1) L'angle θ, situé dans le troisième quadrant, est tel que $\cos(\theta) = -\frac{15}{17}$.

Quelle sont les valeurs *exactes* de

$\sin(\theta)$?

$\tan(\theta)$?

2) L'angle γ, situé dans le *premier quadrant* est tel que $\sin(\gamma) = \frac{3}{5}$

Quelle sont les valeur *exacte* de

$\cos(\gamma)$?

$\cos(\theta - \gamma)$?