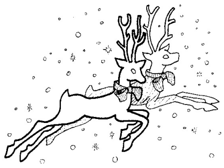


Vendredi 19 décembre 2025

MATHÉMATIQUES

Examen de Décembre

Classe 11

Nom: ______________

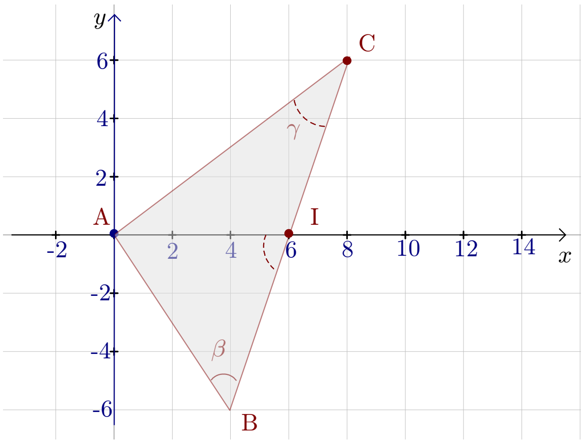
Total: / 83 points

Problème 1

[1 2 2 2 2 2 2 -> /13 pts]

Le triangle ABC passe par les points A:$(0;0)$, B:$(4;-6)$ et C: $(8;6)$

Le segment BC coupe l'axe des abscisse au point I comme le montre la figure ci-dessous.



1) Déterminer la *pente* de la droite passant par B et C.

2) En déduire l'*équation cartésienne* de la droite BC.

3) Le point I est l'intersection de la droite avec l'axe des abscisses.

Utiliser votre équation pour montrer que I a comme coordonnées $(6, 0)$.

4) Déterminer (par l'une des méthodes vues en classe) l'angle d'inclinaison de la droite BC.

5) Montre l'ange d'inclinaison sur la figure.

En déduire la valeur de l'angle $\widehat{\text{AIB}}$, en expliquant votre raisonnement.

6) Monter que $\gamma \cong 34,7^0$

7) Déterminer l'angle $\widehat{\text{CAB}}$.

Bonus (+2) Calculer l'aire du triangle ABC en utilisant la formule seconde formule pour l'aire, CRM page 37.

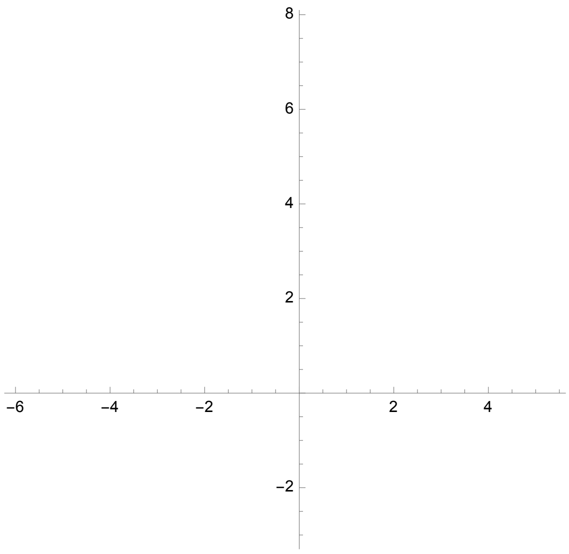
Problème 2 [2 2 2 2 2 3 -> /13 pts]

On donne la droite d_1 par son équation cartésienne $y = 6 - \frac{3}{2}x$

et la droite d_2 par son équation cartésienne $y = x + 2$

1) Pour chacune des deux droites, donner sa pente et son ordonnée à l'origine.

2) Représenter les deux droites dans la figure ci-dessous



3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I entre les deux droites.

4) Pour chacune des deux droites, donner un vecteur directeur et un point d'entrée.

5) Pour chacune des deux droites, proposer une équation vectorielle.

6) On donne les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{e} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{f} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Y en a-t-il parmi eux qui pourraient être considéré(s) comme vecteur(s) directeur(s)

i) de d_1?

ii) de d_2? (justifier vos réponses)

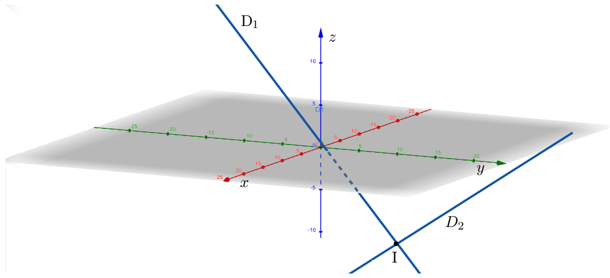
Problème 3

[2 2 4 2 3 -> /13 pts]

Considérons les droites suivantes:

$\mathcal{D}_1$ d'équation vectorielle : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\mathcal{D}_2$ d'équation vectorielle : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -14 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$



1) Donner un point A de $\mathcal{D}_1$ et un point B de $\mathcal{D}_2$

2) Trouver un vecteur directeur $\vec{v}_1$ pour $\mathcal{D}_1$ et un vecteur directeur $\vec{v}_2$ pour $\mathcal{D}_2$.

3) Montrer que $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ se coupent.

Voici un peu d'aide

i) L'équation de $\mathcal{D}_1$ est équivalente à un système de 3 équations,

de la forme (à compléter) $\begin{cases} x = 1 - .... \\ y = \\ z = \end{cases}$ (à compléter)

ii) Comme les 3 équations contienne λ_1, on doit avoir

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y - ...}{....} = \frac{....}{....} \quad (=\lambda_2)$$ (à compléter)

iii) Par ailleurs, pour $\mathcal{D}_2$: $\begin{cases} x = -4 + ... \\ y = \\ z = \end{cases}$ (à compléter)

iv) En replaçant x, y, z de iii dans la double égalité de l'étape ii, puis

on regarde si valeur de λ_2 peut vérifier ces égalités. (Si oui : les droites de coupent)

4) Posons $\mathrm{I} = \mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2$. En utilisant votre résultat de **3**, ou par un autre raisonnement, montrer que I a comme coordonnées $(-2; 9; -11)$

5) Trouver l'angle entre $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.

Problème 4 [1 1 2 1 3 2 -> /10 pts]

On donne les droites d_1 et d_1 dans l'espace, par leurs équations vectorielles

$$d_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$d_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1) Donner les coordonnées d'un point P appartenant à d_1

2) Donner les coordonnées d'un point Q appartenant à d_2

3) Donner une équation vectorielle de la droite d_3, *parallèle* à d_1 et passant par Q.

4) Donner une équation vectorielle de la droite d_4, *parallèle* à d_2 et passant par P.

5) Donner une équation vectorielle de la droite d_5, passant par P et par Q.

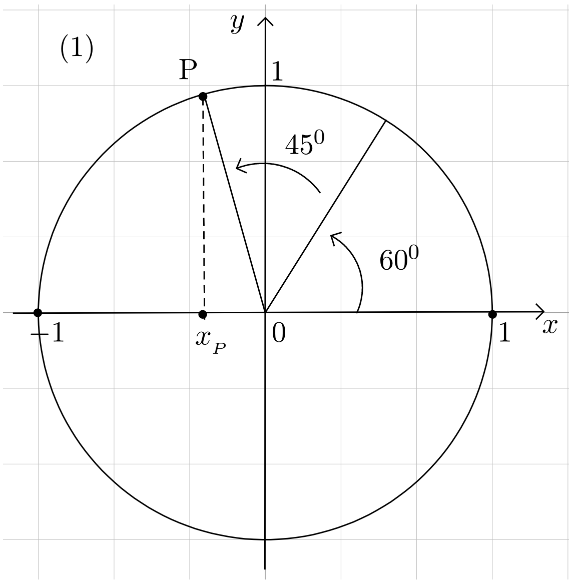
6) Calculer la *norme* du vecteur PQ.

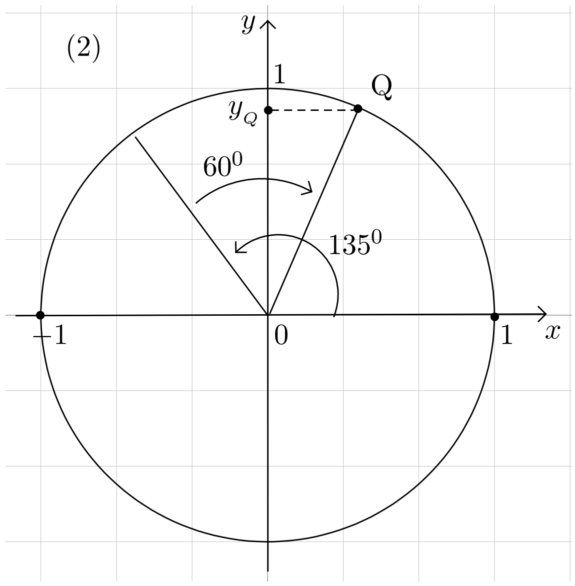
Problème 5 [4 4 -> /8 pts]

Les points P et Q se trouvent sur le cercle trigonométrique.

1) En vous basant sur la première figure (1), déterminer la valeur exacte de x_P .

2) En vous basant sur la seconde figure (2), déterminer la valeur exacte de y_Q.

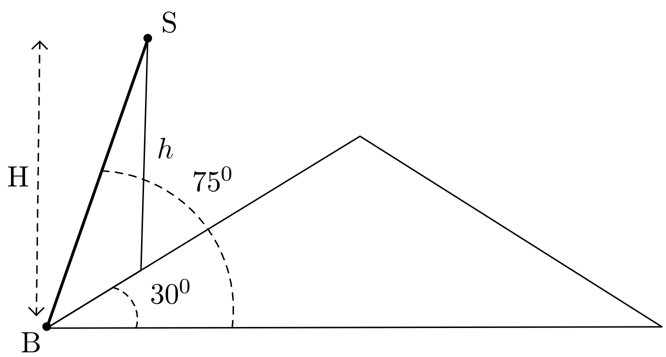




Problème 6 [3 3 4 -> /10 pts]

Une personne a installé sur le toit de sa maison un panneau solaire.

Le toit forme un angle de 30° avec l'horizontale, et le panneau un angle de 75° avec l'horizontale.



1) En utilisant les formules d'*addition d'angle* (p.30)
déterminer l'*expression exacte* du sinus de l'angle d'inclinaison du panneau solaire.

2) Etant donné que la longueur BS du panneau solaire mesure $2\sqrt{2}\,m$, trouver l'expression exacte de la hauteur H de son sommet (S) par rapport à la base (B) du toit .

3) Déterminer la hauteur du support du panneau solaire. (ne confondez pas h et H)

Problème 7 [4 4 2 -> /10 pts]

Considérons :

- L'angle α du *second* quadrant, tel que $\sin(\alpha) = \frac{5}{13}$
- L'angle β du *troisième*e quadrant, tel que $\cos(\beta) = \frac{-3}{5}$

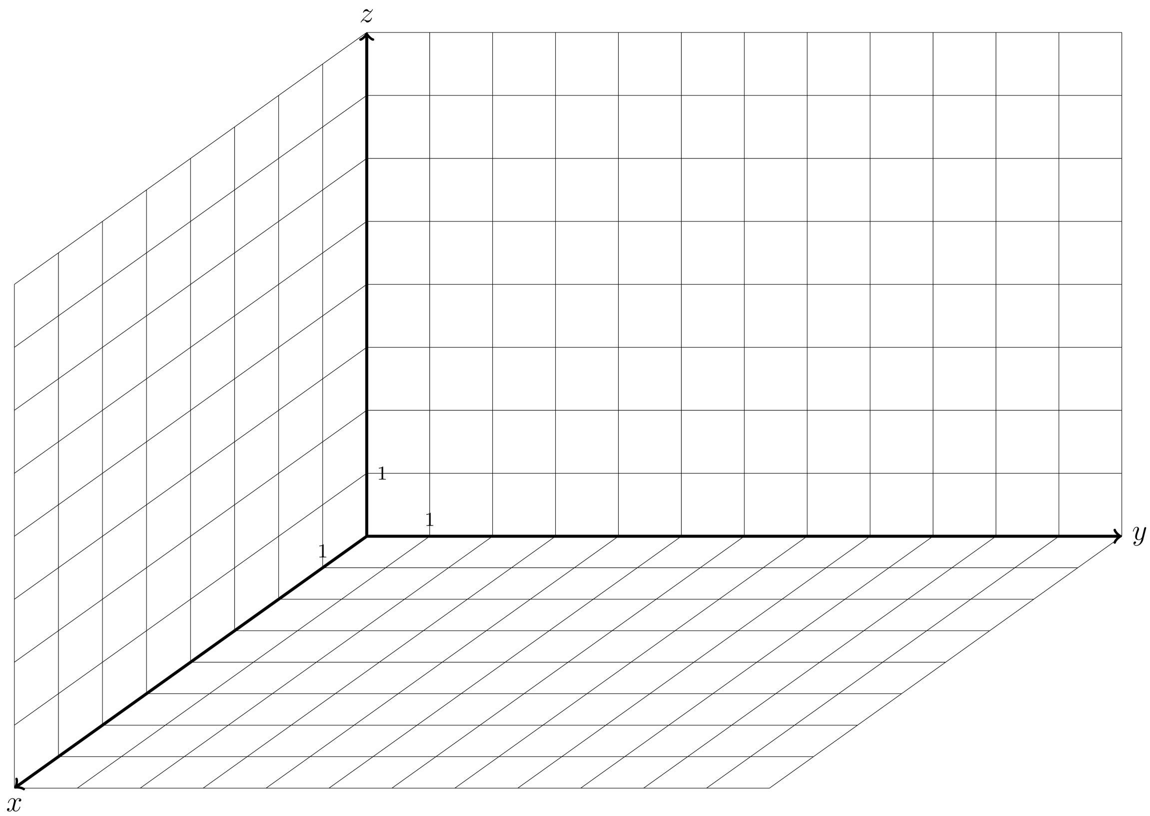
1) Déduisez-en les expressions *exactes* du cosinus de α et du sinus de β.

2) Déduisez-en l'expressions *exactes* du cosinus de $\alpha + \beta$.

3) Quelle est l'expressions *exactes* de $\tan(\alpha)$?

Problème 8 [1 2 1 1 1 -> /6 pts]

La figure ci-dessous représente les 3 axes (x, y, z) d'un repère orthonormé de l'espace (3D).
L'origine O est à l'intersection des trois axes.
Le plan (x, y) est horizontal, tandis que les deux plans (x, y) et (y, z) sont verticaux.



1) Représenter le point B de coordonnées $(5, 8, 0)$ sur le dessin.

2) Le point H se situe à 6 unités verticalement *au dessus* du point B.
Représenter le point H sur le dessin, et donner ses coordonnées.

3) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{HP}}$ par ses composantes.

4) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$.

5) Imaginons une sphère S, centrée à l'origine, de rayon 11 unités.
Le point H se trouve-t-il enfermé par S, sur la surface de S ou à l'extérieur ?
Justifier votre réponse par un argument convaincant.