

MATHÉMATIQUES

Examen de Décembre

Classe 11

Mardi 20 décembre 2022

Nom: _____

Total: / 43 points

Problème 1

[3 2 2 -> /7 pts]

Considérons trois droites \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 et \mathcal{D}_3 de \mathbb{R}^2 , données par leur équations

$$\mathcal{D}_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \mathcal{D}_2 : \frac{x-2}{2} + \frac{y-1}{3} = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_3 : 8x + 15y - 30 = 0$$

- 1) Trouver pour chaque droite un *vecteur directeur* (que nous noterons \vec{v}_1 , \vec{v}_2 et \vec{v}_3)
- 2) En déduire l'*angle* entre \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .
- 3) Soit P le point de coordonnées $(3, h)$. Sachant que P est un point de \mathcal{D}_1 , trouver h .

Problème 2

[3 2 -> /5 pts]

Considérons les trois droites suivantes, donnée par leur équations vectorielles.

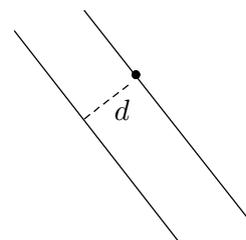
$$\mathcal{D}_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{D}_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{D}_3 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

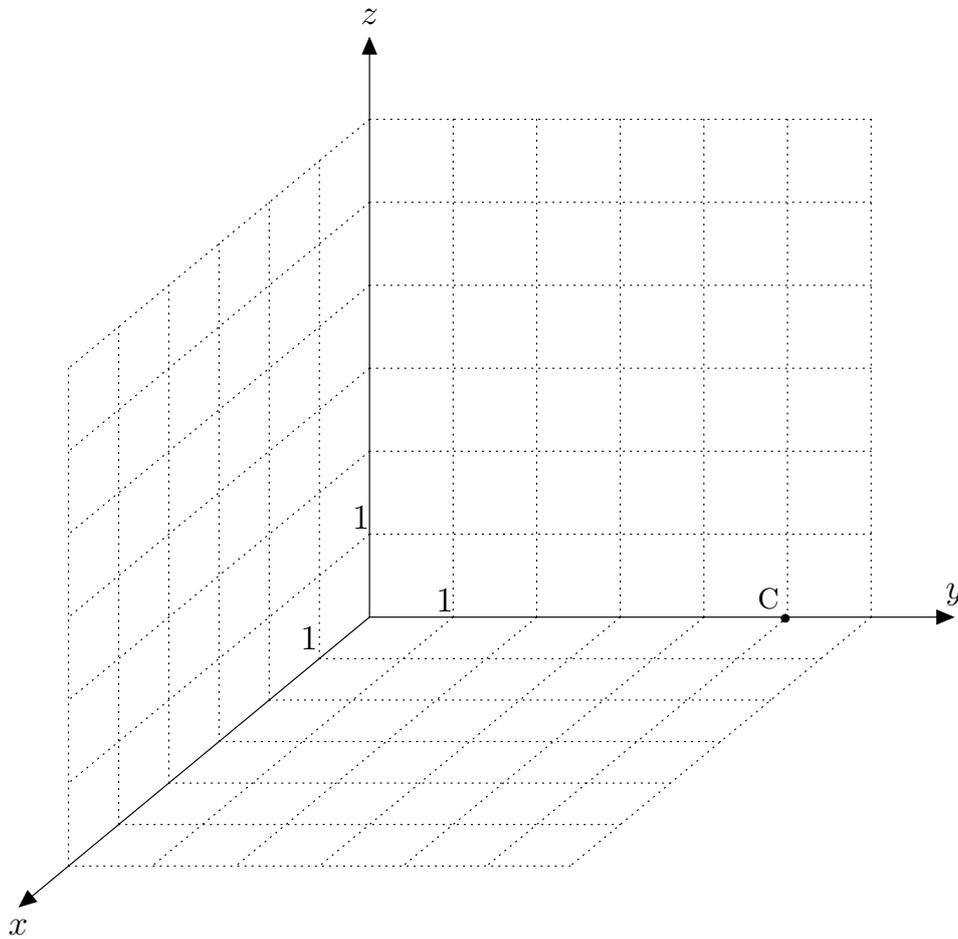
- 1) Deux de ces droites sont *parallèles*. Lesquelles ?

- 2) Montrer que la *distance* entre les deux droites parallèles est $d = \frac{4\sqrt{5}}{5}$



Problème 3

[1 2 3 3 1 2 2 -> /14 pts]



On donne les 3 points de l'espace suivants :

$$A(5, 4, 6), \quad B(3, 6, 2) \quad \text{et} \quad C(x_c, y_c, z_c)$$

- 1) A partir de la figure, déterminer les *coordonnées de C* (nombres entiers).
- 2) Compléter la figure, en y ajoutant les points *A* et *B*.
- 3) Trouver une équation *vectorielle* du plan Π_{ABC} contenant *A*, *B* et *C*.
- 4) Trouver une équation *cartésienne* du plan Π_{ABC} .
- 5) En déduire les composantes d'un vecteur \vec{n} *normal* à Π_{ABC}
- 6) Montrer que \vec{n} est *perpendiculaire* à \vec{BC} . Pourquoi est-ce la cas ?
- 7) Soit Π le plan d'équation cartésienne $x - y + cz + 1 = 0$, avec $c \in \mathbb{R}$.

Quelle est la *valeur de c* sachant que les plans Π et Π_{ABC} sont *orthogonaux* ?

Problème 4

[3 1 1 -> /5 pts]

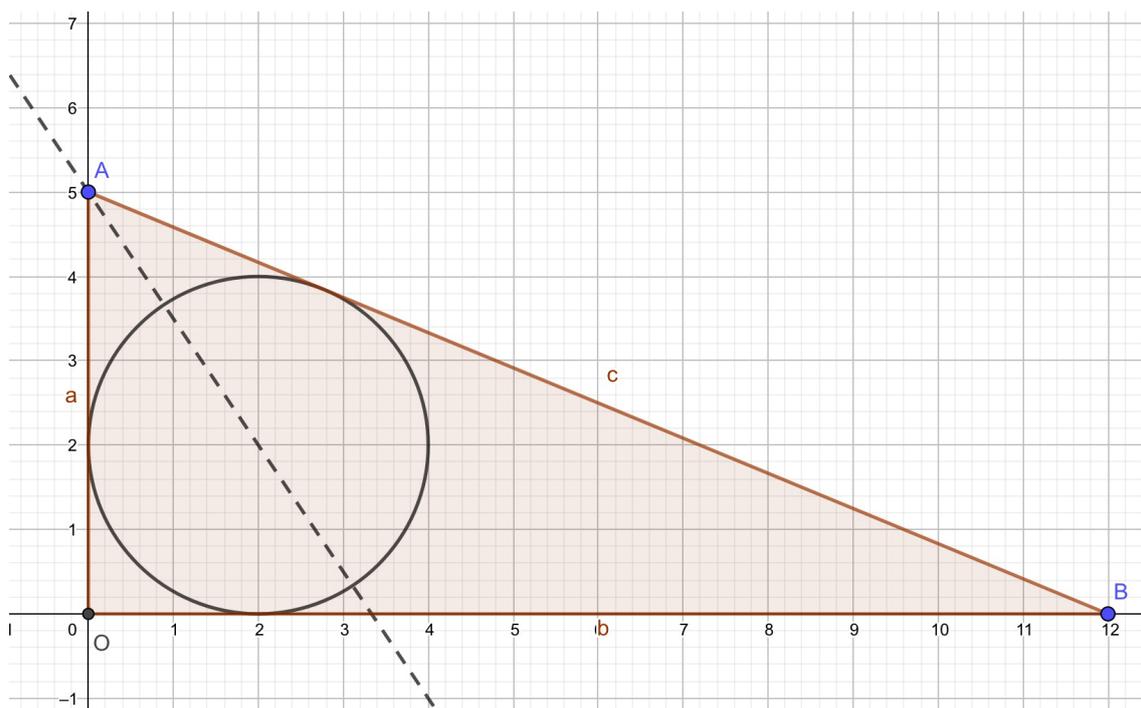
Considérons le cercle \mathcal{C} d'équation $x^2 + y^2 - 10x + 14y - 7 = 0$

- 1) Trouver le *centre* et le *rayon* de \mathcal{C} .
- 2) A quelle *distance* de l'axe des abscisses (axe des x) se trouve le centre de \mathcal{C} ?
- 3) Est-ce que le cercle \mathcal{C} coupe l'axe des abscisses ? Justifier...

Problème 5

[1 4 4 2 1 -> /12 pts]

Considérons les points $O(0,0)$, $A(0,5)$ et $B(12,0)$ comme ci-dessous.



- 1) Déterminer la *distance* de A à B.
- 2) Montrer que la *bissectrice hachurée* a comme équation $3x + 2y - 10 = 0$.
- 3) Trouver les coordonnées du *centre* du cercle inscrit dans le triangle OAB.
- 4) En déduire l'*équation* de ce cercle.
- 5) Vrais ou faux ? : L'aire du cercle représente *plus de la moitié* de l'aire du triangle ?