

Problème 1

On considère le cercle $\gamma: x^2 + y^2 - 12x = 4y - 35$ et le point $A(-1, 1)$

- a) centre : $C:(6, 2)$ centre $r = \sqrt{5}$
- b) La distance AC vaut $\sqrt{50} > r$ donc A est *extérieur* au cercle γ .
- c) Montrer que la droite $t_1: x - y + 5 = y + 2$ est une *tangente* au cercle γ passant par A.
 - i) $A \in t_1$ car $(-1) - 1 + 5 = 1 + 2$ donc t_1 passe par A.
 - ii) La pente de t_1 vaut $\frac{1}{2}$ donc la pente de la droite IC vaut -2
 - iii) On en déduit les coordonnées de l'intersection : $I:(5, 4)$
 - iv) On vérifie que $I \in \gamma$ donc t_1 est tangente à γ .
- d) Les coordonnées du point de contact T de t_1 avec γ sont évidemment celles de I!

Bonus : Autrement dit, il faut trouver l'équation de la droite **d** de pente -2 tangente à γ

On pose $y = -2x + h$

Dans l'équation de γ on obtient : $(x - 6)^2 + (-2x + h)^2 = 5$

En développant : $5x^2 - 12x - 4hx + 31 + h^2$

c'est une équation de second degré « $ax^2 + bx + c = 0$ » avec $a=5$
 $b = -4(3 + h)$
 $c = 31 + h^2$

donc $\Delta = 16(3 + h)^2 - 4 \times 5(31 + h^2)$

$$\Delta = 4(-h^2 + 24h - 119)$$

Puisque d est tangente, on a $\Delta = 0$

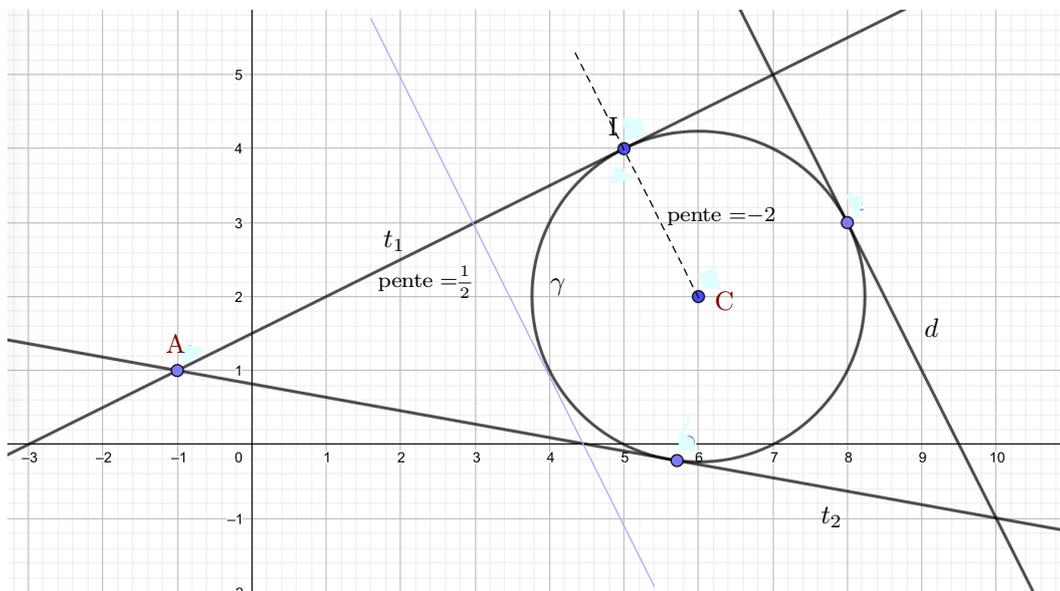
on résout donc $-h^2 + 24h - 119 = 0$ ce qui donne $h = 7$ ou $h = 17$

En prenant la valeur $h = 7$ on obtient la tangente du côté gauche (en bleu)

elle a bien une pente de -2, mais ce n'est pas celle que l'on veut.

L'équation de d est donc $y = -2x + 17$

Le cercle γ est alors inscrit dans le triangle formé par **d** et les deux tangentes t_1 et t_2 .



Problème 2

Les étapes permettant de trouver les équations des tangentes à un cercle donné passant par un point extérieur P sont :

- E₁)** Trouver l'équation de T , cercle de Thales par P et le centre du cercle.
- E₂)** Déterminer les intersections A et B de deux cercles
- E₃)** L'une des tangentes est la droite PA , tandis que l'autre est la droite PB